

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2017年6月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 设 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x - y = 1\}$, 则 $R = (\quad)$.
A. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$ B. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 5, 6 \rangle\}$
C. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$ D. $\{\langle 3, 2 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 7, 6 \rangle\}$
2. 若集合 $A = \{a, b, c\}$, 则下列表述正确的是().
A. $\{a, b\} \subseteq A$ B. $\{a\} \in A$
C. $\{a, b\} \in A$ D. $\emptyset \in A$
3. 设个体域为集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则公式 $(\forall x)(\exists y)(x + y = 5)$ 的解释可为().
A. 存在一整数 x 有整数 y 满足 $x + y = 5$
B. 对任一整数 x 存在整数 y 满足 $x + y = 5$
C. 存在一整数 x 对任意整数 y 满足 $x + y = 5$
D. 任一整数 x 对任意整数 y 满足 $x + y = 5$
4. 设 G 为连通无向图, 则()时, G 中存在欧拉回路.
A. G 存在两个奇数度数的结点 B. G 存在一个奇数度数的结点
C. G 不存在奇数度数的结点 D. G 存在偶数度数的结点
5. n 阶无向完全图 K_n 的边数及每个结点的度数分别是().
A. $n(n-1)$ 与 n B. $n(n-1)/2$ 与 $n-1$
C. $n-1$ 与 n D. $n(n-1)$ 与 $n-1$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3\}, C = \{3, 4\}$, 则 $A \cup (B - C) =$ _____ .
7. 设 $A = \{a, b\}, B = \{1, 2\}, C = \{a, b\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle\}$, 则 $g \circ f$ 等于 _____ .
8. 设 $G = \langle V, E \rangle$ 是一个图, $|E| = 10$, 则 G 的结点度数之和为 _____ .
9. 设 G 是具有 n 个结点 m 条边 k 个面的连通平面图, 则 $n + k - 2 =$ _____ .
10. 设个体域 $D = \{1, 2, 3\}$, $A(x)$ 为“ x 的 2 倍大于 2”, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 的真值为 _____ .

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果他掌握了计算机的用法,那么他就能完成这项工作.”翻译成命题公式.
12. 将语句“前天下雨,昨天还是下雨.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 设 $A = \{a, b, c\}, R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle\}$, 则 R 是等价关系.
14. $(\forall x)(P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x))$ 中量词 \forall 的辖域为 $(P(x) \wedge Q(y))$.

得 分	评卷人

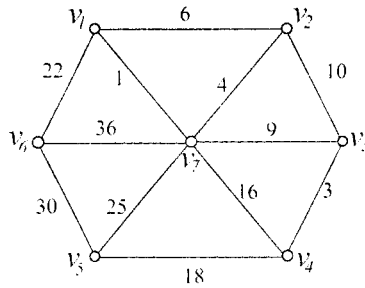
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合 $A = \{a, b, c, d\}, B = \{a, b\}$, 试计算
 (1) $A \cup B$; (2) $A - B$; (3) $A \times B$.

16. 设 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$, 试

- (1) 给出 G 的图形表示; (2) 写出其邻接矩阵;
 (3) 求出每个结点的度数; (4) 画出其补图的图形.

17. 试利用 Kruskal 算法求出如下所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤), 并求此最小生成树的权.



得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明: $\neg P \vee Q \Rightarrow P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$.



试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. D 2. A 3. B 4. C 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{1,2,3\}$
7. $\{\langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle\}$
8. 20(或: $2|E|$)
9. m
10. 假(或 F , 或 0)

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P : 他掌握了计算机的用法, Q : 他能完成这项工作. (2分)
则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)
12. 设 P : 前天下雨, Q : 昨天还是下雨. (2分)
则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)

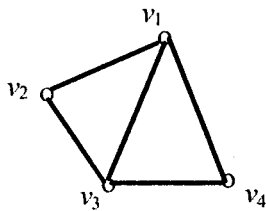
四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)
 R 不是等价关系, 因 R 中包含 $\langle a,b \rangle$ 与 $\langle b,c \rangle$, 但不包含 $\langle a,c \rangle$, 故不满足传递性. (7分)
14. 错误. (3分)
辖域为紧接量词 \forall 之后的最小子公式 $(P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x))$. (7分)

五、计算题(每小题12分,本题共36分)

15. (1) $A \cup B = \{a,b,c,d\}$; (4分)
(2) $A - B = \{c,d\}$; (8分)
(3) $A \times B = \{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle c,a \rangle, \langle c,b \rangle, \langle d,a \rangle, \langle d,b \rangle\}$ (12分)

16. (1) G 的图形表示如图一所示：



图一

(3 分)

(2) 邻接矩阵：

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1) = 3,$

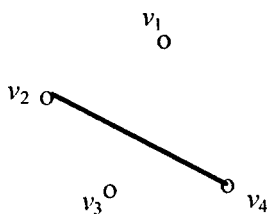
$\deg(v_2) = 2,$

$\deg(v_3) = 3,$

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4) 补图如图二所示：



图二

(12 分)

17. 用 Kruskal 算法求产生的最小生成树. 步骤为：

$w(v_1, v_7) = 1,$ 选 $e_1 = v_1 v_7$

$w(v_3, v_4) = 3,$ 选 $e_2 = v_3 v_4$

$w(v_2, v_7) = 4,$ 选 $e_3 = v_2 v_7$

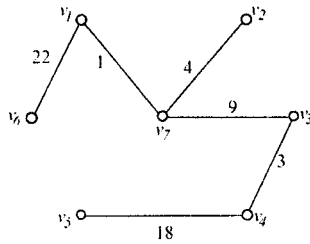
$w(v_3, v_7) = 9,$ 选 $e_4 = v_3 v_7$

$w(v_4, v_5) = 18,$ 选 $e_5 = v_4 v_5$

$w(v_1, v_6) = 22,$ 选 $e_6 = v_1 v_6$

(6 分)

最小生成树如图三所示：



图三

(9分)

最小生成树的权 $C(T) = 1 + 3 + 4 + 9 + 18 + 22 = 57$.

(12分)

六、证明题(本题共8分)

18. 证明：

- | | | |
|--|------------|------|
| (1) $\neg P \vee Q$ | P | (1分) |
| (2) P | P (附加前提) | (2分) |
| (3) Q | $T(1)(2)I$ | (4分) |
| (4) $P \wedge Q$ | $T(2)(3)I$ | (5分) |
| (5) $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ | $T(4)E$ | (6分) |
| (6) $\neg(P \rightarrow \neg Q)$ | $T(5)E$ | (7分) |
| (7) $P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ | CP 规则 | (8分) |

说明：因证明过程中，公式引用的次序可以不同，一般引用前提正确得1分，利用两个公式得出有效结论得1或2分，最后得出结论得2或1分。

另，可以用真值表验证。