

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2018年1月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ,  $A$  到  $B$  的关系  $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B, \text{且 } x + y = 5 \}$ , 则  $R = ( \quad )$ .

A.  $\{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$                       B.  $\{ \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \}$   
 C.  $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \}$                       D.  $\{ \langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle \}$
2. 若集合  $A = \{a, b, c, d\}$ , 则下列表述正确的是( ).

A.  $\emptyset \in A$                                                               B.  $\{a\} \in A$   
 C.  $\{a, b, c, d\} \in A$                                                       D.  $\{a, b\} \subseteq A$
3. 设个体域为整数集, 则公式  $(\forall x)(\exists y)(x - y = 2)$  的解释可为( ).

A. 存在一整数  $x$  有整数  $y$  满足  $x - y = 2$   
 B. 存在一整数  $x$  对任意整数  $y$  满足  $x - y = 2$   
 C. 对任一整数  $x$  存在整数  $y$  满足  $x - y = 2$   
 D. 任一整数  $x$  对任意整数  $y$  满足  $x - y = 2$
4.  $n$  阶无向完全图  $K_n$  的边数及每个结点的度数分别是( ).

A.  $n(n-1)$  与  $n$                                                               B.  $n(n-1)$  与  $n-1$   
 C.  $n-1$  与  $n$                                                               D.  $n(n-1)/2$  与  $n-1$
5. 设  $G$  为连通无向图, 则( )时,  $G$  中存在欧拉回路.

A.  $G$  不存在奇数度数的结点                                              B.  $G$  存在一个奇数度数的结点  
 C.  $G$  存在两个奇数度数的结点                                              D.  $G$  存在偶数度数的结点

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合  $A = \{x | x \text{ 是小于 } 4 \text{ 的正整数}\}$ , 用集合的列举法  $A =$  \_\_\_\_\_.

7. 设  $A = \{1, 2\}, B = \{a, b\}, C = \{1, 2\}$ , 从  $A$  到  $B$  的函数  $f = \{\langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle\}$ , 从  $B$  到  $C$  的函数  $g = \{\langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle\}$ , 则复合函数  $g \circ f =$  \_\_\_\_\_.

8. 设  $G = \langle V, E \rangle$  是一个图, 结点度数之和为 30, 则  $G$  的边数为 \_\_\_\_\_.

9. 设  $G$  是具有  $n$  个结点  $m$  条边  $k$  个面的连通平面图, 则  $n + k - 2 =$  \_\_\_\_\_.

10. 设个体域  $D = \{2, 3, 4\}$ ,  $A(x)$  为“ $x$  小于 3”, 则谓词公式  $(\forall x)A(x)$  的真值为 \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果今天下雨,那么明天的比赛就要延期.”翻译成命题公式.

12. 将语句“地球是圆的,太阳也是圆的.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 设  $A = \{a, b, c, d\}, R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle\}$ , 则  $R$  是等价关系.

14.  $(\forall x)(P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow R(x)$  中量词  $\forall$  的辖域为  $(P(x) \wedge Q(y))$ .

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合  $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$ , 试计算

(1)  $A \cup B$ ;                      (2)  $A - B$ ;                      (3)  $A \times B$ .

16. 设  $G = \langle V, E \rangle$ ,  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ,  $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$ , 试

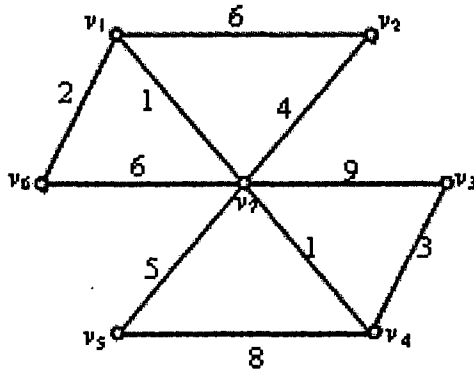
(1) 给出  $G$  的图形表示;

(2) 写出其邻接矩阵;

(3) 求出每个结点的度数;

(4) 画出其补图的图形.

17. 试利用 Kruskal 算法求出如下所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤), 并求此最小生成树的权.



得分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明:  $P \rightarrow Q \Rightarrow P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ .

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B                  2. D                  3. C                  4. D                  5. A

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6.  $\{1,2,3\}$   
7.  $\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle\}$   
8. 15  
9.  $m$   
10. 假(或 F, 或 0)

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设  $P$ :今天下雨, $Q$ :明天的比赛就要延期. (2分)  
则命题公式为: $P \rightarrow Q$ . (6分)  
12. 设  $P$ :地球是圆的, $Q$ :太阳是圆的. (2分)  
则命题公式为: $P \wedge Q$ . (6分)

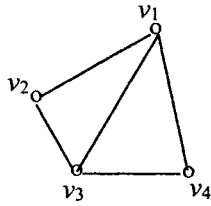
四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)  
 $R$  不是等价关系,因  $R$  中不含  $\langle d, d \rangle$ ,故不满足自反性. (7分)  
14. 正确. (3分)  
辖域为紧接量词  $\forall$  之后的最小子公式  $(P(x) \wedge Q(y))$ . (7分)

五、计算题(每小题12分,本题共36分)

15. (1)  $A \cup B = \{a, b, c, d\}$ ; (4分)  
(2)  $A - B = \{a\}$ ; (8分)  
(3)  $A \times B = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, d \rangle\}$  (12分)

16. (1)  $G$  的图形表示如图一所示:



图一

(3 分)

(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3)  $\deg(v_1) = 3,$

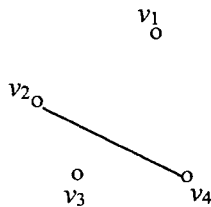
$\deg(v_2) = 2,$

$\deg(v_3) = 3,$

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4) 补图如图二所示:



图二

(12 分)

17. 用 Kruskal 算法求产生的最小生成树. 步骤为:

$w(v_1, v_7) = 1$  选  $e_1 = v_1 v_7$

$w(v_7, v_4) = 1$  选  $e_2 = v_7 v_4$

$w(v_1, v_6) = 2$  选  $e_3 = v_1 v_6$

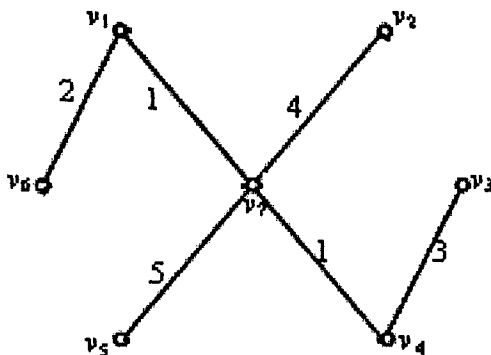
$w(v_3, v_4) = 3$  选  $e_4 = v_3 v_4$

$w(v_2, v_7) = 4$  选  $e_5 = v_2v_7$

$w(v_5, v_7) = 5$  选  $e_6 = v_5v_7$

(6分)

最小生成树如图三所示:



图三

(9分)

最小生成树的权  $W(T) = 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 16$ .

(12分)

说明:用其他方法,结果正确参照给分.

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

- |                                                |          |      |
|------------------------------------------------|----------|------|
| (1) $P \rightarrow Q$                          | P        | (1分) |
| (2) P                                          | P(附加前提)  | (2分) |
| (3) Q                                          | T(1)(2)I | (4分) |
| (4) $P \wedge Q$                               | T(2)(3)I | (5分) |
| (5) $\neg(\neg P \vee \neg Q)$                 | T(4)E    | (6分) |
| (6) $\neg(P \rightarrow \neg Q)$               | T(5)E    | (7分) |
| (7) $P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ | CP 规则    | (8分) |

说明:因证明过程中,公式引用的次序可以不同,一般引用前提正确得 1 分,利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分,最后得出结论得 2 或 1 分.

另,可以用真值表验证.